Wstęp do programowania

Algorytmy na tablicach

Paweł Daniluk

Wydział Fizyki

Jesień 2013

Dwadzieścia pytań

Zasady

1. Osoba 1 wymyśla hasło z ustalonej kategorii.
2. Osoba 2 zadaje pytania, na które odpowiedź jest “tak” albo “nie”.
3. Po dwudziestym pytaniu należy podać hasło.
4. Nie wolno łgać.

Wyszukiwanie

Problem

Dana jest posortowana tablica (lista) T liczb całkowitych długości N oraz liczba a. Określić, czy i na której pozycji a występuje w tablicy.

Wyszukiwanie

Problem

Dana jest posortowana tablica (lista) T liczb całkowitych długości N oraz liczba a. Określić, czy i na której pozycji a występuje w tablicy.

Rozwiązanie naiwne

Przeglądamy elementy tablicy po kolei.

Wyszukiwanie

Problem

Dana jest posortowana tablica (lista) T liczb całkowitych długości N oraz liczba a. Określić, czy i na której pozycji a występuje w tablicy.

Rozwiązanie naiwne

Przeglądamy elementy tablicy po kolei.

Dobry pomysł

1. Sprawdzamy czy $T[\lfloor \frac{N}{2} \rfloor] \leq a$.
2. Jeśli nie – $T' \leftarrow T[0..\lfloor \frac{N}{2} \rfloor]$
3. Jeśli tak – $T' \leftarrow T[\lfloor \frac{N}{2} \rfloor..N]$
4. Teraz wystarczy znaleźć a w T'.
5. Kończymy, gdy T' liczy jeden element.

Wyszukiwanie c.d.

Wydajność wyszukiwania naiwnego

W najgorszym przypadku poszukiwany element jest na końcu tablicy. Zanim do niego dojdziemy wykonamy N porównań.

Wydajność wyszukiwania binarnego

Po każdym kroku T staje się dwa razy krótsza. Zatem wykonamy $\lceil \log_2 N \rceil + 1$ porównań.

To duża różnica

N	$\lceil \log_2 N \rceil + 1$
1	1
10	5
100	8
1000	11
1000000	21
1000000000	31

Wyszukiwanie c.d.

Diabeł tkwi w szczegółach

- Należy zagwarantować, że tablica zmniejsza się w każdym kroku, co może być kłopotliwe dla małych N.
- Można sprawdzać, czy $T[\lfloor \frac{N}{2} \rfloor] = a$ i w tym momencie od razu przerywać, albo poczekać, aż T' będzie miało 0 lub 1 element i wtedy sprawdzić.
- Możliwa jest implementacja iteracyjna lub rekurencyjna.

Sortowanie

Problem

Dana jest tablica T długości N zawierająca liczby całkowite.
Uporządkować liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

Jest wiele algorytmów sortowania, które różnią się wydajnością, stopniem skomplikowania i innymi subtelnymi cechami.

Sortowanie przez scalanie – (ang. *merge sort*)

Problem

Dane są dwie posortowane tablice T_1 i T_2 o długości N. Zbudować posortowaną tablicę T zawierającą elementy z obu tablic (T_1 i T_2).

Pomysł

Można porównywać pierwsze elementy T_1 i T_2. Mniejszy z nich odcinać i wpisywać do T.

Sortowanie przez scalanie – (ang. *merge sort*) c.d.

Schemat rozwiązania – przechodzenie po dwóch tablicach

```
i=0
j=0

while i<N and j<N:
    if T1[i]<T2[j]:
        ...
        i=i+1
    else:
        ...
        j=j+1
```

Sortowanie przez scalanie – (ang. *merge sort*) c.d.

Ten algorytm można stosować wielokrotnie dzieląc sortowaną tablicę na tablice długości 1 i scalając je parami.

Uwaga

W taki sposób można sortować dane, które nie mieszczą się w pamięci.

Sortowanie bąbelkowe (*bubble sort*)

Pomysł

Polega na porównywaniu dwóch kolejnych elementów i zamianie ich kolejności, jeżeli zaburza ona porządek, w jakim się sortuje tablicę. Sortowanie kończy się, gdy podczas kolejnego przejścia nie dokonano żadnej zmiany.

Przydatne schematy – iterowanie dopóki zachodzą zmiany

```
changed=True

while changed:
    changed=False
    ...
```

Sortowanie bąbelkowe (*bubble sort*)

Przydatne schematy – zamiana wartości

```
tmp=T[i]
T[i]=T[j]
T[j]=tmp
```

albo

```
T[i],T[j] = T[j],T[i]
```

Sortowanie przez wstawianie (*insertion sort*)

Pomysł

1. Utwórz zbiór T'.
2. Weź dowolny element z T.
3. Wyciągnięty element porównuj z kolejnymi elementami z T póki nie napotkasz elementu większego.
4. Wyciągnięty element wstaw w miejsce, gdzie skończyłeś porównywać.
5. Jeśli zostały elementy w T wróć do punktu 2.

Przydatny schemat – działanie w miejscu

Jeżeli w pkt. 2 zawsze będziemy brali pierwszy element T, to możemy budować T' w miejscu, które było zajmowane przez rozważony początek tablicy T.

Sortowanie przez wstawianie (*insertion sort*) c.d.

Przydatny schemat – znajdowanie pierwszego elementu niemniejszego niż *a* w posortowanej tablicy *T*

```
i=0

while i < N and T[i] < a:
    i = i + 1

#   i<N => T[i]>=a
```

Sortowanie przez wstawianie (*insertion sort*) c.d.

Przydatny schemat – wstawianie wartości *a* do tablicy długości *N* w miejsce *i*-te

```
j=N+1
while j>i :
      T[j]=T[j-1]
      j=j-1

# W tym momencie i==j
T[j]=a
```

Flaga polska

Problem

Lista T wypełniona zerami i jedynkami reprezentuje ciąg n urn w których znajdują się żetony białe (0) i czerwone (1). Podać algorytm, który zamieniając żetony miejscami doprowadzi do sytuacji, w której wszystkie żetony białe znajdują się na lewo od czerwonych.

Pomysł

Należy przesuwać się indeksem c od początku tablicy, zaś indeksem b od końca. Intencją jest utrzymywanie następującego niezmmiennika: wszystkie elementy tablicy o indeksach mniejszych od c są czerwone, zaś większych od b są białe. Indeksy c i b będą się do siebie zbliżać i ostatecznie, gdy c będzie równe b, tablica będzie uporządkowana.

Wyszukiwanie mediany

Problem

Dana jest tablica T długości N (nieuporządkowana). Znaleźć k-ty w porządku rosnącym element (dla mediany $k = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$).

Pomysł

Można wziąć dowolny element a i podzielić tablicę na elementy mniejsze równe od a i większe od a (flaga polska). k-ty element jest w jednej z uzyskanych części (w zależności od k i ich liczności).

Wyszukiwanie mediany c.d.

Schemat rozwiązania

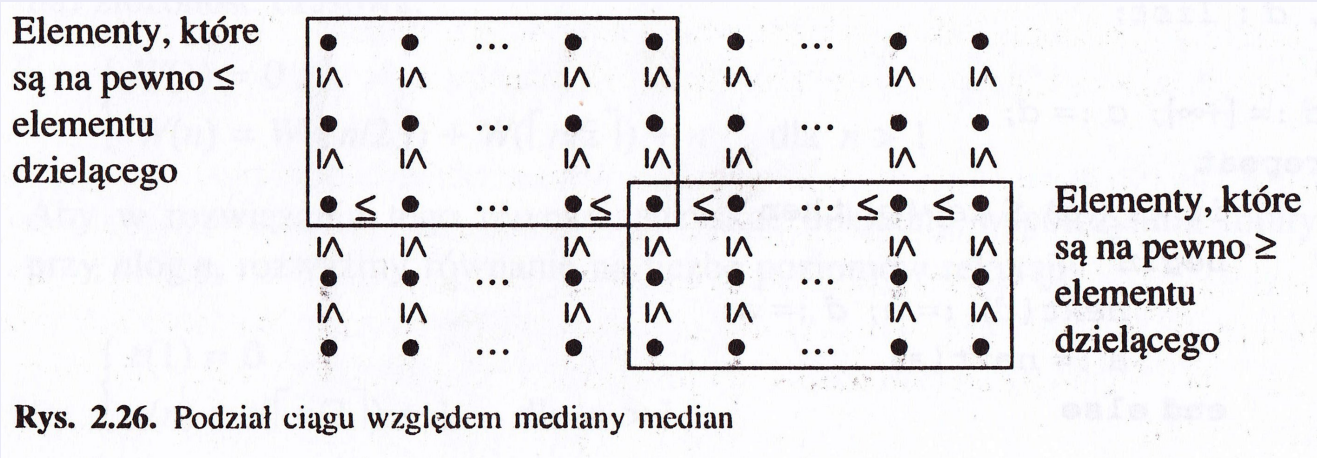
```
b=0
e=N-1

while b < e:
    p=pivot(T, b, e)

    if p>k:
        e=p-1
    else:
        b=p

return T[b]
```

Wyszukiwanie mediany c.d.

Uwaga

To rozwiązanie przy pechowym losowaniu elementów może być powolne.

Istnieje rozwiązanie lepsze – algorytm Bluma-Floyda-Pratta-Rivesta-Tarjana



Rys. 2.26. Podział ciągu względem mediany median

Segment o maksymalnej sumie

Problem

Dana jest tablica T liczb całkowitych długości N. Obliczyć maksymalną sumę segmentu (wycinka) tej tablicy. Przyjmujemy, że segment pusty ma sumę 0.

Przydatny schemat – obliczanie sumy przy pomocy akumulatora

```
akumulator=0
for i in l:
    akumulator = akumulator + i
```

Dodawanie można zastąpić dowolną inną operacją.

Segment o maksymalnej sumie c.d.

Przydatny schemat – wykorzystywanie wyników pośrednich

Podczas liczenia sumy wszystkich elementów tablicy, akumulator przyjmuje wartości sum kolejnych prefiksów.

Przydatna sztuczka w tym problemie – sumy prefiksowe

$$P(k) = \sum_{i=0}^{k-1} T_i$$

$$\sum_{i=s}^{e-1} T_i = P(e) - P(s)$$

$$\max_{0 \le s \le e \le N} \sum_{i=s}^{e-1} T_i = \max_{0 \le s \le e \le N} P(e) - P(s) = \max_{0 \le e \le N} P(e) - \min_{0 \le s \le e} P(s)$$

Zadania

1. Generowanie ciągu N losowych liczb całkowitych.
2. Generowanie monotonicznie rosnącego ciągu liczb N całkowitych.
3. Wyszukiwanie binarne.
4. Scalanie dwóch uporządkowanych list.
5. Sortowanie bąbelkowe.
6. Sortowanie przez wstawianie.
7. Flaga polska.
8. Segment o maksymalnej sumie.

Zadania

1. Generowanie ciągu N losowych liczb całkowitych.
2. Generowanie monotonicznie rosnącego ciągu liczb N całkowitych.
3. Wyszukiwanie binarne.
4. Scalanie dwóch uporządkowanych list.
5. Sortowanie bąbelkowe.
6. Sortowanie przez wstawianie.
7. Flaga polska.
8. Segment o maksymalnej sumie.

Generator liczb pseudolosowych

```
>>> import random
>>> random.randint(0,1)
0
>>> random.randint(0,1)
1
>>> random.randint(0,1)
0
```

Strona wykładu

http://bioexploratorium.pl/wiki/Wstęp_do_programowania_
_2013z

Omówienie algorytmów sortujących z animacjami

http://www.sorting-algorithms.com